

## Тема № 1

### ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТІ В ЖИТТІ ЛЮДИНИ

Людство завжди цікавило майбутнє і у всі часи воно шукало спосіб його передбачити, або спланувати, в різний час різними способами. В сучасному світі є теорія, яку наука визнає і користується для планування і прогнозування майбутнього. Йдеться про теорію ймовірності.

У житті ми часто зустрічаємося з випадковими явищами. Чим обумовлена їх випадковість – нашим незнанням дійсних причин того, що відбувається або випадковість лежить в основі багатьох явищ? Спори на цю тему не зупиняються в самих різних галузях науки. Чи випадковим чином виникають мутації, наскільки залежить історичний розвиток від окремої особи, чи можна вважати Всесвіт випадковим відхиленням від законів збереження? Пуанкаре, закликаючи розмежувати випадковість, пов'язану з нестійкістю, від випадковості, пов'язаної з нашим незнанням, приводив наступне питання: «Чому люди знаходять абсолютно природним молитися про дощ, тоді як вони визнали б смішним просити в молитві про затемнення?».

В кожній «випадковій» події є чітка вірогідність його настання. У стабільній системі вірогідність настання подій зберігається з року в рік. Тобто, з точки зору людини з ним сталася випадкова подія, а з точки зору системи, вона була зумовленою. Розумна людина повинна прагнути мислити, виходячи із законів ймовірності. Але в житті про ймовірність мало хто думає, і рішення приймаються в основному емоційно.

Люди бояться літати літаками, а тим часом, найнебезпечніше у польоті на літаку - це дорога в аеропорт на автомобілі. Проте спробуй когось пояснити, що машина небезпечніша за літак. Ймовірність того, що пасажир, який сів в літак загине в авіакатастрофі складає приблизно  $1/8000000$ . Якщо пасажир сідатиме щодня на випадковий рейс, йому знадобиться 21 000 років щоб загинути.

Згідно досліджень у США в перших 3 місяці після терактів 11 вересня 2001 року загинуло ще одна тисяч людей - вони в страху перестали літати літаками і почали пересуватися по країні на автомобілях. А оскільки це небезпечніше, то кількість смертей зросла.

По телебаченню лякають: пташиним і свинячим грипом, тероризмом..., проте ймовірність цих подій нікчемна в порівнянні із справжніми погрозами. Небезпечніше переходити дорогу по зебрі, чим летіти на літаку. Від падіння кокосів гине - 150 чоловік в рік. Це в десятки разів більше, ніж від укусу акул.

Ймовірність події в житті не так вже часто визначається по формулах, швидше інтуїтивно. Але перевірити чи збігається «емпіричний аналіз» з математичним, інколи дуже корисно.

Теорія ймовірності - це один з найцікавіших розділів вищої математики. Ця наука дозволяє не лише отримувати знання, які допомагають розуміти закономірності навколишнього світу, але і знаходить практичне використання в повсякденному житті. Ось наприклад, кожному з нас щодня доводиться приймати безліч рішень в умовах невизначеності. Проте цю невизначеність можна «перетворити» на деяку визначеність. І тоді це знання може надати істотну допомогу при ухваленні рішення.

Тепер же давайте перейдемо до самої теорії і історії її виникнення. Головним поняттям теорії ймовірності є ймовірність. Слово «ймовірність» є синонімом слова «шанс», яке ми нерідко використовуємо в повсякденному житті. Кожному знайомі фрази: «Завтра, ймовірно, піде дощ», або «найімовірніше у вихідні я поїду до бабусі», або «це просто неймовірно», або «є шанс отримати залікову оцінку автоматом». Такого роду фрази на інтуїтивному рівні оцінюють ймовірність того, що станеться деяка випадкова подія. У свою чергу математична ймовірність дає деяку числову оцінку ймовірності того, що станеться деяка випадкова подія.

Теорія ймовірності стала самостійною наукою відносно недавно, хоча історія теорії ймовірності бере свій початок ще в античності. Так, Лукрецій, Демокріт, Кар і ще деякі учені древньої Греції в своїх міркуваннях говорили про рівно ймовірні результати події, як можливість того, що вся матерія складається з молекул. Таким чином, поняття ймовірності використовувалося на інтуїтивному рівні. Саме античні учені заклали прекрасний фундамент для виникнення такого наукового поняття, як теорія ймовірності. Проте зародилася теорія ймовірності в середні віки, коли були прийняті перші спроби математичного аналізу таких азартних ігор як «кості», «орлянка», «рулетка».

Перші наукові роботи з теорії ймовірності з'явилися в XVII столітті саме тоді, коли Блез Паскаль і П'єр Ферма відкрили закономірності, які виникають при киданні кісток. В цей саме час до даного питання виявив цікавість ще один учений - Християн Гюйгенс. Він в 1657 в своїй роботі ввів наступні поняття теорії ймовірності: поняття ймовірності, як величини «шансу» або «можливості»; математичне чекання для дискретних випадків, у вигляді «ціни шансу», а також теореми додавання і множення ймовірностей, які не були сформульовані в явному вигляді. На сьогоднішній день теорія ймовірності - це самостійна наука, що має величезну сферу використання.

Якщо тисячі і мільйони дослідів, поставлених в одних і тих же умовах, завжди приводять до певної події (випущене з руки яблуко падає на землю),

то подія називається достовірною. А якщо мільйони дослідів показують, що деякий їх результат ніколи не спостерігається (неможливо одним короваєм хліба нагодувати тисячу голодних людей), то такі події називаються неможливими. Випадкові події лежать між цими двома крайнощами. Вони інколи відбуваються, а інколи немає, хоча практично всі умови, при яких ми їх спостерігаємо, не змінюються.

Випадання кубиків в грі «кості» - класичний приклад випадкової події. Та все ж цікаво, чи можна наперед передбачити чи розрахувати результат такої події, і як це робиться?

Коли ми стикаємося з однаковими ситуаціями, які приводять до випадкових результатів, на сцені з'являється слово «ймовірність». Ймовірність - це число, а раз так, то воно відноситься до точних понять, і щоб не попасти в халепу, треба користуватися цим словом з тією визначеністю і недвозначністю, які прийняті в природознавстві.

Міркування починається так. Є якась вихідна ситуація, яка може привести до різних результатів: кість-кубик може впасти вгору будь-якою гранню, з колоди береться карта - вона може бути будь-якої масті, народилася людина - це може бути хлопчик або дівчинка, завтра настане 1 червня - день може бути дощовим або сонячним. Число результатів події може бути самими різними, і ми повинні тримати їх в голові, і знати, що одна з них станеться обов'язково, тобто достовірно.

Перерахувавши всі можливі результати, що виникають з якоїсь ситуації, математик скаже: дана група результатів події є предметом вивчення теорії ймовірності. Різні результати події, тобто різні представники групи, можуть бути рівно можливими. Цей найпростіший варіант ймовірності здійснюється в азартних іграх. Введемо число вірогідності на прикладі гральної кості.

Групою результатів події є випадання одиниці, двійки, трійки, четвірки, п'ятірки і шестірки. Наступне питання, яке треба собі задати, таке: скільки з цих подій дають результат, що нас цікавить? Нехай ми хочемо дізнатися вірогідність випадання трійки, тобто нас хвилює здійснення однієї події з групи в шість. Тоді число сприятливих варіантів (одне - трійка) ділять на повне число подій і отримують вірогідність появи події, що цікавить нас. У нашому прикладі ймовірність випадання трійки дорівнюватиме  $1/6$ . А чому дорівнює ймовірність появи парної цифри? Очевидно,  $3/6$  (три сприятливі події ділять на загальне число подій, рівне шести). Ймовірність випадання числа, кратного трьом, дорівнює  $2/6$ .

Однією костью ніхто не грає: дуже просто і заздалегідь відомо, що ймовірність випадання будь-якої грані -  $1/6$ , і жодних математичних завдань в такій грі не виникає.

Важливо не те, як сума розкладається на доданки, а скільки варіантів випадання кубиків гральних костей приводять до сум в «дев'ять» і «десять» очок. Галілей знайшов, що «десять» здійснюється 27 способами, а «дев'ять» – 25. Емпіричне спостереження отримало теоретичне тлумачення.

При киданні двох кісток найчастіше з'являється сума, рівна 7. Є шість можливостей набору цієї суми. Суми 8 і 6 здійснюються вже п'ятьма комбінаціями кожна. Отже, немає і не може бути системи, яка дозволила б виграти в такі ігри, як рулетка, кістки, карти, в ігри чистого випадку.

У рулетку виграти можна, лише якщо вона працює не за принципом випадку, наприклад, якщо колесо злегка перекошене і якісь ділянки воно проходить з підвищеним тертям. Але таку штуку треба помітити.

Вірогідність того, що при випадковому кидку монета ляже гербом дорівнює  $1/2$ . Значить, знаючи ймовірність події, ми можемо передбачити, що при стократному киданні монети герб з'явиться 50 разів? Не обов'язково точно 50. Але що-небудь біля цього неодмінно. Передбачення, що використовують знання ймовірності події, носять приблизний характер, якщо число подій невелике. Проте ці передбачення стають тим точніше, чим довше серія подій.

Розумна людина зазвичай ділить події на правдоподібних і вигаданих без врахування даних теорії. У критичних рецензіях письменники інколи звинувачуються в тому, що вони не зважають на художню правду. Ми ж часто переконуємося, що порушення художньої правди - це просто використання вкрай неймовірного сюжету, неймовірного в самому як там не є математичному сенсі цього слова.

Людському розуму властиве піднесення пояснення випадковим явищам. Інколи можна почути: «Попав, бідолаха, під автомобіль. Значить, так йому на роду було написано». Зустрічаються думки з приводу нещасного випадку більш глибокодумні: «Людина була поганою. Мати рідну з дому вигнав. Як жив погано, так і кінчив погано». У всьому цьому мається на увазі, що в житті є якась сила, здатна мстити людині за погані його вчинки. Релігійній людині мораль подібного типа вельми близька. Раціоналістично ж мислячому ясно, що жодної закономірної подяки з боку долі, бога і ін. не існує, проте романи і повісті, що підводять читачів до думки: «Щось в цьому є!» або: «Від долі не втечеш!» - велика кількість.

Розуміння законів ймовірності ставить все на свої місця і є найважливішою зброєю проти міфів, проти релігії, проти фаталізму. З одного боку, не можна і не треба шукати пояснення випадковим подіям, ймовірність яких хоча і мала, але сповна розумна. Скажімо, дуже спокусливо приписати всесильності материнської любові, яка позбавила від загибелі своє дитяти. Дитя грало під балконом, мати відгукнула його, а через п'ять секунд від карниза відірвався

величезний шматок штукатурки і впав саме на те місце, де грала дитина. Так і хочеться сказати, що «Серце матері - віщун», або «Материнська любов - велика сила», або «Бог не допустив загибелі безневинного дитяти» і так далі і тому подібне. Але те, що сталося не потребує таких ремарок, бо вірогідність події сповна прийнятна і іншого пояснення не вимагає.

З іншої сторони володіння законами ймовірності дозволяє з упевненістю віднести певний клас подій до неможливих. І якщо велике число випадкових ліній все ж перетнулося, вірогідність події нікчемно мала, а неможлива подія все ж здійснилася, то, значить, не «щось в цьому є», а «щось тут не так!».

На кожного з нас через різні канали ( радіо, газети, телебачення, базікання з друзями) обрушується потужний потік інформації, що отримується «випадково»: прізвища акторів, назви книжкових новинок, нових сортів сигарет, лез для гоління і багато інше. Залежно від розмаху реклами, від інтересу, який суспільство проявляє до того або іншого «модного» предмету, є деяка певна ймовірність про нього почути.

Ця ймовірність більш-менш однакова для однорідної групи населення - скажімо, для жителів міста, що мають телевізори і радіоприймачі і що виписують дві-три найбільш поширені газети. Зрозуміло, рівна ймовірність отримати інформацію зовсім не означає, що після закінчення якого-небудь терміну всі люди виявляться однаково досвідченими. Випадкове здобуття інформації дуже схоже на лотерейний виграш.

Дійсно, серед тисячі володарів по десять лотерейних квитків виявляться особи, які не виграють жодного разу, які виграють один раз, знайдуться володарі двох щасливих квитків, будуть і такі везучі гравці, в яких виграші випадуть на три, чотири і більш за квитки.

У одній англійській пісеньці розповідається, як цвях випав - підкова відвалилася, підкова відвалилася - кінь зашкутильгав, кінь зашкутильгав - командир убитий, командир убитий - кіннота розбита, кіннота розбита - армія біжить. Коротше, виходить, що погано забитий цвях змінив хід історії.

Формально начеб все тут правильно. І є багато розумних людей, які сповна серйозно вважають, що саме такі випадкові випадки на зразок випавшого цвяха або нежиті Наполеона перед битвою при Ватерлоо визначають хід історії. Нікчемна випадковість впливає на конкретний вміст життя людей. Кожен з нас, перебравши в думках своє минуле, знайде не один приклад, коли важливий вибір в житті - вузу, місця роботи, маршруту туристської подорожі зі всіма витікаючими з цих виборів наслідками - визначався якимись дурницями: брюки порвалися, з приятелем поговорив, посковзнувся на банановій кірці, і кожна така нісенітниця, у свою чергу, визначалася якоюсь іншою дрібницею, і так без кінця.

Проаналізувавши всі ці обставини, неважко прийти до висновків : «Чому бути, тому не минути», «Не знаєш, де знайдеш, а де втратиш». З цих мудростей, у свою чергу, витікає життєва філософія «нічогонероблення», марності яких би то не було зусиль. Жити тоді стає нудно і нецікаво, навіть трагічно.

Яку ж помилку в міркуванні здійснюють ті з нас, хто думає, що випадкові вигини життєвої лінії роблять безглуздим управління своєю долею? Ось яку. У тій або іншій мірі наш розум і воля брали участь в самих як там не є випадкових подіях. Ви були недостатньо зібраними, коли посковзнулися на вулиці, недостатньо обачні, коли переходили площу, переоцінили свої можливості, коли спробували спуститися на лижах з крутої гори. Тобто, нещастя, що сталося - подія випадкова, і в однакових (начебто) умовах один поступає так, що для нього все закінчується добре, а інший платиться за свої дії.

Існує, наприклад, деяка ймовірність зламати ногу, спускаючись на лижах з гори. Ця ймовірність є складна функція, яка залежить від здібностей лижника, від погоди, снігового покриву, лиж і багато чого іншого. Як показує статистика показує, що з певного числа лижників ламає ногу один. Хто ж буде цей один? Найщасливіший? Та не зовсім так! Треба думати, що нічого подібного не станеться з тими гірськолижниками, котрі себе не переоцінюють і вміють бути зібраними в моменти небезпеки, а погана доля випаде тому, хто погано володіє лижами, необачний, неуважний. Комуś з них, звичайно, повезе - їх мине небезпека, а хтось розплатиться за свої помилки.

Отже, навряд чи варто нарікати на випадок в подіях, які сповна випадкові. В нашій волі було попасти в ту групу людей, для якої вірогідність біди вимірюється хоч і малими, але все таки значимими дробами.

Роль випадку в житті кожного з нас загалом не так-то велика. Випадок додає життю конкретних меж, але загальна схема, «генеральний» вигляд залишаються тими ж, не дивлячись на повороти долі.

Випадковості в долі кожного з нас посідають, безумовно, важливе місце. Але розум і воля вносять істотну корективу до ролі випадковостей, які зустрічаються на життєвій дорозі. Якщо без них життя змалювати у вигляді прямої лінії, то з випадковостями вона матиме вигини, хвилі, а то і петлі. Але загальний напрям лінії залишається незмінним - воно зумовлене нашим «я» і середовищем, де ми живемо. Якщо зі всіма цими обмовками ми погоджуємося визнати роль випадку в індивідуальних долях, то вже ніяк не можна погодитися з тим, що випадковості роблять істотний вплив на хід історії. Історію роблять люди. Оскільки реакції їх на будь-яку обстановку є закономірними, і так як кількість людських доль, що вирішують історію,

дуже велика, то статистика великих чисел приводить до однозначного результату. Адже і в науці теж є і «невдахи», і «щасливчики», тому вона має свою історію.

Вивчаючи теорію ймовірності і математичну статистику бачимо, що дійсно теорія ймовірності в житті людини посідає значне місце. Ймовірність події в житті не так вже часто обраховується за формулами, швидше інтуїтивно. Але перевірити чи збігається «емпіричний аналіз» з математичним, інколи дуже корисно.

Чи можемо ми передбачити за допомогою цієї теорії, що станеться з нами через день, два, тисячу? Звичайно ні. Подій пов'язаних з нами в кожен момент часу дуже багато. Лише на одну типізацію цих подій не вистачить і життя. А вже їх поєднання - і зовсім згубна справа. За допомогою цієї теорії передбачати можна лише однотипні події. Наприклад, такі як кидання монети - це подія з 2 імовірнісних результатів. Загалом, прикладне використання теорії ймовірності пов'язаний з чималою кількістю умов і обмежень.

Але слід пам'ятати, що в житті є ще такі поняття як успіх, везіння. Це те, що ми говоримо - повезло, коли наприклад яка-небудь людина не вчилася ніколи, нічого не прагнула досягти, лежала на дивані, грала в комп'ютер, а через 5 років ми бачимо як у нього беруть інтерв'ю на MTV. У нього була вірогідність 0,001 стати музикантом, яка йому випала, тобто йому повезло, тобто він з'явився в потрібному місці і в потрібний час, коли спрацьовують ті самі 0,001.

Таким чином, працюємо над собою, приймаємо рішення, які можуть підвищити ймовірність виконання наших бажань і прагнень, кожен випадок може додати ті заповітні 0,00001, які зіграють вирішальну роль у результаті.